

# Determinação dos coeficientes de segurança pelo método S-N através das curvas de Goodman, Soderberg e Gerber

## *Determination of safety coefficients by the S-N method using Goodman, Soderberg and Gerber curves*

José Eduardo Salgueiro Lima<sup>1</sup>

**Resumo** – Este artigo tem por finalidade apresentar uma pequena discussão sobre três Critérios de Falha por Fadiga, Gerber, Goodman modificado e Soderberg, critérios estes, que classicamente representam a base para outros critérios, mais modernos e mais realísticos que estes três. No entanto, o Critério de Goodman modificado, ainda é utilizado por projetistas, apesar de ser conservador, pela sua simplicidade de seu traçado, é uma linha reta, e portanto, de fácil trato matemático, revelando detalhes típicos aos problemas de fadiga mecânica. Utilizou-se uma hipotética situação problema de eixo de fixação de um amortecedor hidráulico de uma pequena aeronave, para a construção das curvas de Gerber, Goodman modificado e Soderberg, bem como para a determinação dos coeficientes de cada Critério. Aspectos históricos da Fadiga Mecânica também foram apresentados neste artigo.

**Palavras-chave:** Falha por fadiga; Gerber; Goodman, Soderberg.

**Abstract--** This article aims to present a short discussion on three Failure Criteria for Fatigue, Gerber, modified Goodman and Soderberg, criteria which classically represent the basis for other criteria, more modern and more realistic than these three. However, the modified Goodman Criterion is still used by designers, despite being conservative, due to its simplicity of its layout, it is a straight line, and therefore, of easy mathematical treatment, revealing typical details to the problems of mechanical fatigue. A hypothetical problem of the fixation shaft of a hydraulic damper of a small aircraft was used to construct the curves of Gerber, modified Goodman and Soderberg, as well as to determine the coefficients of each Criterion. Historical aspects of Mechanical Fatigue were also presented in this article.

**Keywords:** Fatigue failure; Gerber; Goodman, Soderberg.

### I. NOMENCLATURA

$\sigma_m$  = Tensão média

$\sigma_a$  = Tensão alternada ou alternante

$\sigma_{ar}$  = Tensão alternada para tensão média zero ou padrão

$R$  = Razão de tensão  $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$

$\sigma_{ut}$  = Tensão última na tração uniaxial

$\sigma_y$  = Tensão de escoamento na tração uniaxial

$\sigma_c$  = tensão de resistência à fadiga corrigida

$A$  = Razão de Amplitude  $A = \sigma_a / \sigma_m$

### II. INTRODUÇÃO

A Fadiga Mecânica é um fenômeno que ocorre para todos materiais causando falha catastrófica ou dano permanente sempre que um componente esteja sob a ação de cargas variáveis de natureza cíclica, os danos causados são irreversíveis e acumulativos, e ocorrendo inesperadamente em tensões muito abaixo da tensão de ruptura ou de escoamento dos materiais. [1].

Na indústria em geral, e em especial na indústria aeronáutica as falhas por fadiga são fator importante na concepção de projetos de aeronaves seguras e eficientes, desde que os acidentes com as aeronaves a jato Comet, fabricadas pela De Havilland ocorridos em 1954, promoveram um efeito muito significativo, no estudo das causas das falhas por fadiga, pois eles estimularam um extenso programas de testes de fadiga em estruturas de aeronaves, incluindo testes estruturais de fadiga, testes de crescimento de trincas por fadiga, e o desenvolvimento de critérios de projeto a partir dos dados disponíveis, que contribuíram a geração de métodos que possam prever a ocorrência de falhas através de critérios que envolvam as propriedades dos materiais com as condições de carregamento variável de forma a se estimar a vida em ciclos [2].

O objetivo deste artigo, é mostrar através de um problema simples, um eixo de fixação, em aço, de um amortecedor aeronáutico, sob a ação de cargas variáveis, o cálculo dos coeficientes de segurança e a construção das curvas da tensão alternante ( $\sigma_a$ ) versus a tensão média ( $\sigma_m$ ) para os Critérios de Falha por Fadiga de Gerber, Goodman modificado e Soderberg.

Este tipo de trabalho se justifica na medida que contribui para um maior conhecimento da fadiga, por parte dos interessados na área do projeto.

### III. REFERENCIAL TEÓRICO

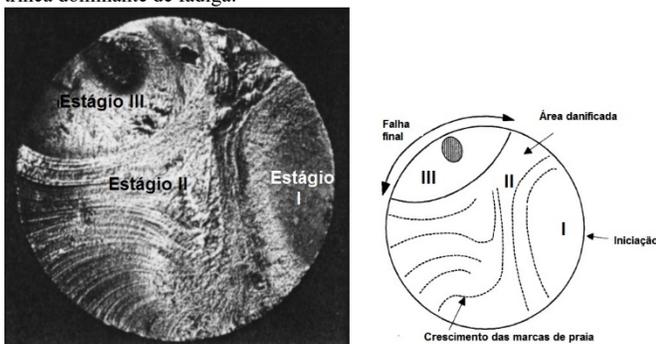
Durante o processo de fabricação ou de transformação em qualquer material, trincas microscópicas ( $< 0,254$  mm) são

<sup>1</sup>Doutor em Ciências e Professor em Engenharias no Centro Universitário ENIAC. jose.salgueiro@eniac.edu.br

introduzidas nos produtos finais, as falhas por fadiga sempre têm início nestas trincas, que se propagam ao longo do tempo o devido às deformações cíclicas causadas por tensões variáveis, sendo que fatores concentradores de tensão, tais como entalhes, furos, rasgos, canais entre outros, estes fatores elevam as cargas em um ponto, contribuindo com a falha inesperada ao cálculo estático. Desta forma é de fundamental importância que peças sob a ação de cargas variáveis (módulo direção e sentido) levem em consideração em seu projeto o efeito concentrador de tensões sob cargas dinâmicas [6].

A aparência da falha por fadiga é similar a da falha frágil, apresentando superfícies sem estrição e superfícies planas e perpendiculares a ação da tensão [2]. No entanto, a falha por fadiga é bem diferente da falha por fratura frágil, pois existem três estágios na falha por fadiga: Estágio I: Início da trinca, Estágio II: Propagação da trinca e Estágio III: Ruptura repentina devido ao crescimento instável da trinca [2], [6]. A iniciação ou Estágio I, onde uma ou mais microfissuras se iniciam devido à deformação plástica cíclica seguida por propagação cristalográfica que se estende dos grãos sobre a origem, neste estágio são podem ser observadas sem instrumentos. No estágio II, as microfissuras se fragmentam, formando superfícies de fratura semelhantes a planaltos separados por cristas longitudinais. Os planaltos são geralmente lisos e normais na direção da tensão de tração máxima. Estas superfícies podem ser onduladas faixas escuras e claras referidas como marcas de praia ou bandas, como se observa na Fig. 1. Durante o carregamento cíclico, essas superfícies fissuradas, se abrem e fecham, deslizando-se entre si, ciclicamente, devido a tensão de cisalhamento cíclica [8]. No estágio III ocorre o ciclo de falha final quando o restante do material não suporta o carregamento cíclico e falha repentinamente de forma catastrófica, a natureza dessa fratura pode ser dúctil, frágil ou mesmo uma combinação destes dois tipos [2].

Fig1. Superfície de fratura de fadiga de um eixo motor traseiro de um automóvel, com diâmetro 20mm. A falha por fadiga começou por uma simples trinca dominante de fadiga.



Fonte: Schijve -2009.

Historicamente, a preocupação com a fadiga, começa com o W. A. J. Albert, nascido em Hannover, foi um real funcionário público das minas de potássio de [3]. Depois de estudar Direito na Universidade de Göttingen, Albert virou-se para a indústria de mineração e em 1806 começou sua carreira na administração de mineração no distrito de Harz, minas de potássio onde ele se tornou Chefe Inspetor de minas trinta anos mais tarde. Sua influência sobre a organização da indústria de mineração foi considerável e ele contribuiu com valiosas sugestões para o

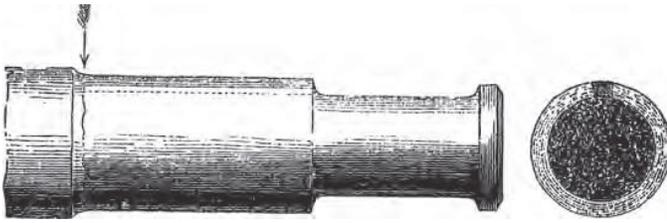
desenvolvimento da tecnologia de mineração [4]. Com as crescentes profundidades dos poços no distrito de Harz, trouxeram problemas com a elevação das cargas, pois as cordas tornaram-se demasiadamente pesadas e falhavam. No início do século XIX, correntes de ligação de ferro utilizadas desgastavam-se muito rapidamente, especialmente em eixos molhados, a alternativa a elas eram cordas de cânhamo de alto custo [4].

Em 1837, ele publicou os resultados dos testes de fadiga de Clausthal, realizados na Universidade Técnica Clausthal, situada na região mineradora de Harz, sendo estes primeiros estudos conhecidos sobre o tema fadiga. Para esta finalidade ele construiu uma máquina de teste para as cadeias de transporte de Harz. Desta forma para não importar as cordas de cânhamo, Albert inventou a corda de fio, com certeza o mais importante do que os primeiros testes de fadiga [3].

O termo fadiga foi utilizado pela primeira vez, em um livro de mecânica: *Introduction à la mécanique industrielle, physique ou expérimentale*, em 1839 escrito pelo engenheiro militar e matemático francês J. V. Poncelet, ao analisar a fratura na superfície de um material dúctil sob que sofreu a ação de cargas, devido a falta de conhecimento dos mecanismos de falha e o aspecto de fratura frágil, sugeriram que o material “se cansou” ou sofreu cansaço ou melhor “fadiga”, devido às vibrações impostas ao carregamento e fragilizado sofreu a fratura. Posteriormente August Wöhler, ao ensaiar exaustivamente eixos de diversos materiais, mostrou que cada metade dos eixos fraturados, em ensaios, não sofria alteração na resistência mecânica e ductilidade, nas propriedades originais em posteriores ensaios de tração, no entanto, o termo *falha por fadiga* permanece até hoje para descrever qualquer falha devido a cargas variantes no tempo. [1],[5],[6].

Rankine, em 1843, conhecido por seus trabalhos na termodinâmica, tal como o "processo de Rankine", discutiu a ação da fadiga em eixos ferroviários, em um artigo no qual afirma que a fratura inesperada dos eixos originalmente bons, depois de vários anos de uso, sem qualquer aparência de dano, deve ser causada por uma deterioração gradual no decurso do trabalho. Com relação à natureza e à causa dessa deterioração, somente emitiu hipóteses, e a hipótese mais aceita é que a textura fibrosa do ferro maleável, gradativamente vai cristalizando a sua estrutura, possivelmente a partir da formação de trincas que cresce, no sentido do centro do eixo, devido a vibrações sofridas durante as viagens, conforme pode-se observar na Fig. 2, devido ao escalonamento dos diâmetros ou outro fator concentrador de tensões, tal como um rasgo chaveta, tornando-a fragilizada em uma direção longitudinal, e susceptível a choques, suportáveis pelo ferro maleável, sem danos, quando em seu estado fibroso [7].

Fig 2. Fratura de um eixo ferroviário.



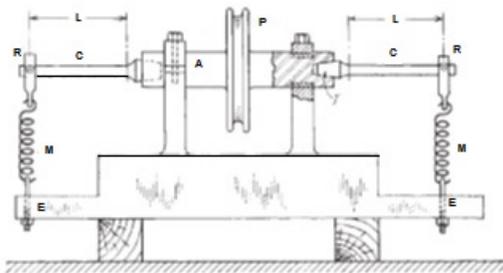
Fonte: Rankine -1843.

Ele sugeriu que esses eixos fossem usinados a partir de peças formadas com grandes raios de arredondamento, para que o fluxo dos grãos não fosse afetado mais do que o necessário pelos processos de usinagem, York realizou experimentos em eixos ferroviários [7].

O engenheiro alemão Augustin Wöhler, em 1847 começou a trabalhar como engenheiro chefe das linhas ferroviárias da Baixa Silésia-Mark Frankfurt an der Oder, era responsável pela medida as cargas de serviço sobre os eixos ferroviários, utilizando-se de dispositivos medidores de deflexão desenvolvidos por ele, em 1858 e posteriormente em 1860 [1], [3]. Motivado por falhas de eixo ferroviário, iniciou o estudo com a estratégia de desenvolver projetos para evitar falha de fadiga, testando diversos materiais ferros, aços e outros metais sob cargas axiais, torção e flexão, estes estudos iniciados na década de 1850 forma especialmente notáveis. [1], [2] e [3].

Wöhler utilizou diversos dispositivos de teste, sendo que um deles submetia, ao mesmo tempo, um par de amostras, a flexão rotativa em balanço, conforme pode se observar na Fig. 3 [1].

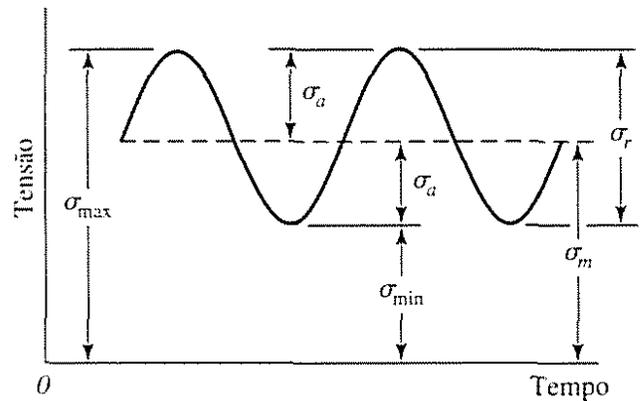
Fig. 3. Máquina de teste de flexão rotativa em balanço, utilizada por Wöhler. A, árvore; C, corpo de prova; E Esticador da mola; P, polia motora; T, Trava do corpo de prova; L braço de momento; M, Mola de carregamento; R, rolamento de carga



Fonte: Dowling, 2018.

As molas propiciam uma força constante através dos rolamentos (R), permitindo a rotação do corpo de prova, de modo que o momento de flexão varia linearmente com a distância (L) da mola. Trata-se, portanto de um ensaio sujeito a flexão rotativa, desta forma qualquer seção do corpo de prova fica submetido a tensões variáveis do tipo senoidal, de acordo com a Fig.4, pois a cada giro completo da amostra, as fibras ficam se alternando entre tração (superior) e compressão (inferior) [1].

Fig.4. Relações tensão variável versus tempo tipo senoidal onde  $\sigma_a$  é a tensão alternada ou alternante;  $\sigma_m$  é a tensão média;  $\sigma_{max}$  é a tensão máxima e  $\sigma_{min}$  é a tensão mínima.



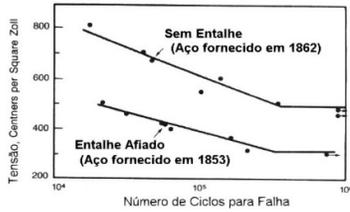
Fonte: Shigley, 2005.

As tensões variáveis a que as máquinas são frequentemente submetidas tomam a forma de um padrão senoidal, devido à natureza rotativa de componentes rotativos destes equipamentos, outros padrões irregulares ocorrem com frequência, no entanto, o que importa são os picos de força máxima e força mínima, assim os picos de força máxima e força mínima são utilizados na caracterização de ciclos, que variam alternadamente em relação a uma linha de base, de força média, conforme mostrado anteriormente na Fig 3 [2].

Wöhler divulgou seus trabalhos em tabelas, somente depois, em 1874, seu sucessor na empresa ferroviária, Spangenberg, traçou os resultados em tabelas em curvas, utilizando abscissa e ordenada lineares, somente em 1936, as curvas SN foram chamadas de "curvas Wöhler" [3], e com a realização de muitos testes de fadiga em laboratório sob tensões repetidas ele mostrou como a vida sob fadiga diminui com tensões alternadas ( $\sigma_a$ ) mais altas e que abaixo de uma certa amplitude de tensão, as amostras de teste não sofrem fratura, comportamento observado para ligas ferrosas, ensaiadas até então, desta forma Wöhler introduziu o conceito das curvas S-N e o limite de resistência à fadiga.

Na Fig.5, encontram-se curvas S-N, simplificadas obtidas por ensaios realizados por Wöhler com aços carbono, sujeitos a ciclos de fadiga sem entalhes e com entalhes, observa-se que os corpos de prova entalhados diminuem o limite de resistência a fadiga, essas curvas não foram apresentadas por Wöhler, pois este às apresentou na forma de tabelas, no entanto seu sucessor Spangenberg, em 1974, então como diretor do "Mechanisch-Technische-Versuchsanstalt" em Berlim os traçou como curvas, embora na forma incomum de abscissa e ordenada linear. [3].

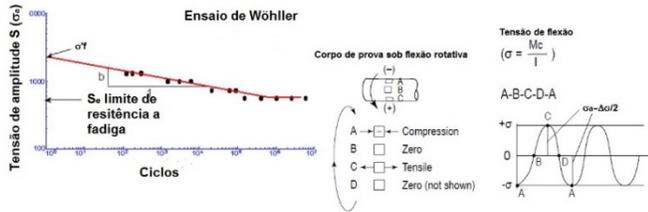
Fig.5. Curvas S-N para corpos de prova com ou sem entalhe, onde pode-se observar que o limite de resistência a fadiga diminui para corpos de prova estão entalhados.



Fonte: Adaptado pelo autor de Spangenberg, 1874.

Na Fig.6 pode-se observar o ensaio de Wöhler, como é realizado atualmente, através de equipamento similar a máquina de Wöhler com corpo de prova em balanço, como utilizado originalmente [9].

Fig.6: Ensaio de Fadiga realizado através de uma máquina rotativa similar a de Wöhler com corpos de prova em balanço.



Fonte: Shjve, 2009.

Wöhler observou que a variação de tensão, na fadiga, é mais importante do que a tensão máxima, desta forma promoveu a primeira pesquisa focada no fenômeno de fadiga, sendo chamado de "pai" do ensaio de fadiga [10].

Os primeiros modelos empíricos de Gerber (1874), Goodman (1899), Haigh (1917) e Soderberg (1930) foram propostos para compensar os efeitos de tensão média normal em tração na fadiga de alto ciclo. Esses modelos empíricos podem ser traçados como Diagramas de Vida Constantes, sendo as suas representações gráficas mais úteis dos dados de fadiga experimental são parcelas de vida constantes de  $\sigma_{max}$  versus  $\sigma_{min}$  ou  $\sigma_a$  versus  $\sigma_m$ . [11].

Os primeiros trabalhos sobre a fadiga e os esforços subsequentes para os anos 50, foram revistos em um artigo por Mann (1958), bem como posteriores estudos para ajustes no trabalho de Goodman, realizados por Morrow (Goodman corrigido -1968), utilizado durante muitos anos, no projeto de aeronaves. Posteriormente, nos anos 70, os métodos Smith-Watson-Topper (SWT) e Walker passaram a ser utilizados devido uma melhor aproximação com a realidade e maior afinidade com as ligas de alumínio extensamente difundida na fabricação de aeronaves, sendo assim atualmente utilizados pela indústria aeronáutica [1].

#### IV. MÉTODOS

Os métodos tensão – ciclo (S-N), propostos por Gerber, Goodman modificado e Soderberg, serão utilizados neste artigo, tomando-se uma aplicação de um amortecedor hidráulico de um trem de pouso de uma pequena aeronave, e

calculando-se os coeficientes de segurança para cada um dos métodos, através das expressões a seguir.

Para o método de Gerber tem-se a expressão [2]:

$$1 = \frac{n\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{n\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 \quad (1)$$

Onde:

$n$  é a segurança

$\sigma_a$  é a tensão alternante

$\sigma_m$  é a tensão média

$S_e$  é a tensão limite de resistência à fadiga do material corrigida

$S_{ut}$  é a tensão última ou máxima de engenharia

Para o método de Goodman modificado tem-se a expressão [2]:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_m}{S_{ut}} + \frac{\sigma_a}{S_e} \quad (2)$$

Onde:

$n$  é a segurança

$\sigma_a$  é a tensão alternante

$\sigma_m$  é a tensão média

$S_e$  é a tensão limite de resistência à fadiga do material corrigida

$S_{ut}$  é a tensão última ou máxima de engenharia

Para o método de Soderberg a tensão de escoamento é tida como o limite de resistência, tornando o cálculo mais conservativo, a expressão que define o método é dada a seguir [2]:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sigma_m}{S_y} + \frac{\sigma_a}{S_e} \quad (3)$$

Onde:

$n$  é a segurança

$\sigma_a$  é a tensão alternante

$\sigma_m$  é a tensão média

$S_e$  é a tensão limite de resistência à fadiga do material corrigida

$S_y$  é a tensão de escoamento do material

A correção do limite de resistência  $S'_e$ , que pode ser obtido através de ensaios S-N, em flexão rotativa ou através de tabelas, que foram de acordo com cada tipo de material, para o aço este limite é bem definido em torno de 0,504 da tensão última ( $S_{ut}$ ) é realizada através dos coeficientes de Marin, que levam em consideração o acabamento da superfície, meio corrosivo, a temperatura, tamanho da peça, confiabilidade de resultados de ensaios e o tipo de carga, assim tem-se a equação de Marin [2]:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot k_f \cdot S'_e \quad (4)$$

$k_a$  = fator de modificação de condição de superfície

Utiliza-se a expressão:

$$k_a = a S_{ut}^b \quad (5)$$

“a” e “b” são tabelados de acordo com o tipo de acabamento superficial e a resistência última do material [2].

$k_b$  = fator de modificação de tamanho

Para eixos com carregamentos de flexão e torque utiliza-se a expressão:

$$k_b = 1,24 \cdot d^{-0,107} \text{ se } 2,79 \text{ mm} \leq d \leq 51 \text{ mm} \quad (6)$$

$k_c$  = fator de modificação de carga

$kd$  - fator de modificação de temperatura

$ke$  = fator de confiabilidade

$kf$  = fator de modificação por efeitos variados

$S'e$  = limite de resistência de cdp do tipo viga rotativa

$Se$  = limite de resistência no local crítico de uma peça de máquina na geometria e na condição de uso.

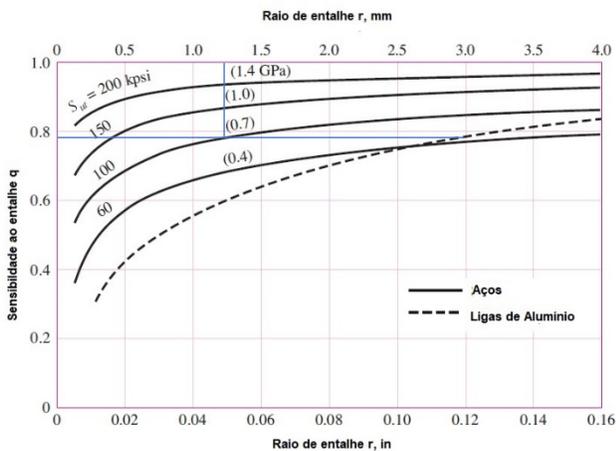
A seção crítica da peça localiza-se onde tem-se concentração de tensões devido a entalhes, canais e escalonamentos de diâmetros, sendo assim corrige-se a tensão média e a alternante através de coeficientes de concentração de tensão na fadiga ( $k_f$ ), que variam, neste caso, de acordo com o escalonamento dos diâmetros da peça que será calculada, o tipo de carga e coeficiente de sensibilidade ao entalhe ( $q$ ), sendo assim o coeficiente  $k_f$ , pode ser obtido através da expressão [2]:

$$k_f = 1 + q(k_t - 1) \quad (7)$$

Onde:  $q$  é o coeficiente de sensibilidade ao entalhe que pode ser obtido através gráfico da Figura 7,  $k_t$  é o coeficiente de concentração de tensões obtido através do gráfico da Figura 8.

Conforme citado anteriormente, o coeficiente de sensibilidade ao entalhe ( $q$ ) é obtido através do gráfico da Figura 7, a seguir:

Figura7: Diagrama de sensibilidade a entalhe para aços e ligas de alumínio forjado UNS A92024-T submetidas a flexão inversa ou a cargas axiais inversas.

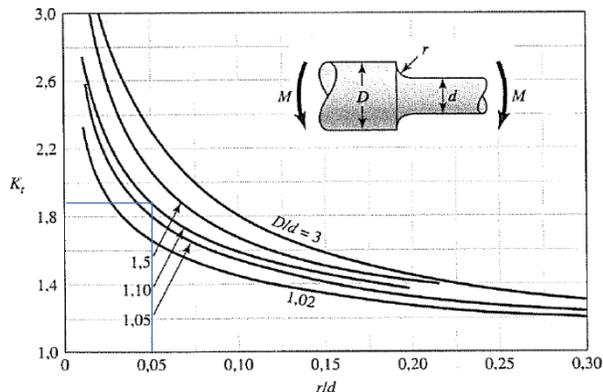


Fonte: Shigley, 2005.

O coeficiente  $k_t$ , é obtido através de curvas para cada relação  $D/d$ , em função de  $r$ , raio de adoçamento entre os diâmetros  $d$  e  $D$ , conforme pode-se observar na Figura 8 a seguir:

Figura 8: Eixo redondo com filetagem (adoçamento) do ressalto em flexão.

$$\sigma_0 = Mc/I, \text{ sendo } c=d/2 \text{ e } I = \pi d^4 / 64.$$



Fonte: Shigley, 2005.

Desta forma, calcula-se a tensão média e a tensão alternante através das expressões [2]:

$$\sigma_{m0} = \frac{\sigma_{m\max} + \sigma_{m\min}}{2} \quad (8)$$

$$\sigma_{a0} = \frac{|\sigma_{m\max} - \sigma_{m\min}|}{2} \quad (9)$$

Corrigindo-se a tensão média e alternante através de  $k_f$ : [2].

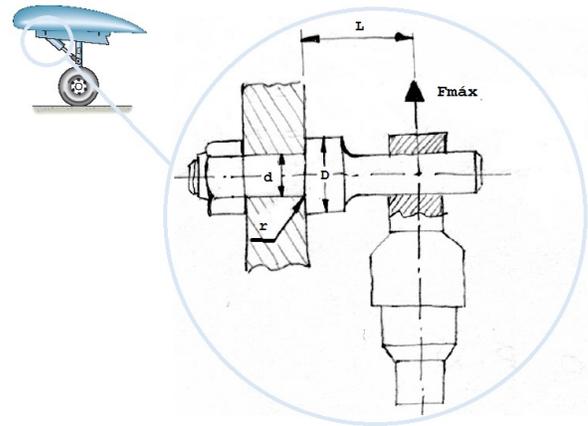
$$\sigma_m = k_f \cdot \sigma_{m0} \quad (10) \text{ e } \sigma_a = k_f \cdot \sigma_{a0} \quad (11)$$

Através das expressões de Gerber, Goodman e Soderberg serão obtidos os coeficientes para o problema apresentado.

## V. DESENVOLVIMENTO

A aplicação será realizada através do cálculo de um eixo escalonado de um amortecedor hidráulico de um trem de pouso de uma pequena aeronave, que pode ser observado na Figura 9, a seguir:

Figura 9: Sistema de amortecimento hidráulico de uma aeronave, no destaque pode-se observar o eixo escalonado de fixação do amortecedor a assa da aeronave.



Fonte: Autor – 2018

Para a solução do problema, utilizou-se uma liga de aço de alta resistência no eixo de fixação, com tensão última  $S_{ult}=690$  MPa e tensão de escoamento  $S_y=400$  MPa, a relação entre a carga mínima e a carga máxima é:  $R = \frac{F_{min}}{F_{max}} = -0,3$ , sendo a força máxima 5000 N, em cada eixo. As dimensões de acordo com a Figura 9, acima, são as seguintes:  $r=1,2$  mm,  $d=24$  mm,  $D=26,4$  mm e  $L=50$  mm.

Considera-se o eixo usinado, encontra-se a temperatura ambiente e a carga é flexão, sendo assim calculou-se e considerou-se os seguintes coeficientes de Marin:

Para  $k_a$  utiliza-se a expressão (5) com  $a=4,51$  e  $b=-0,265$  [2] tabela 7.4, assim tem-se  $k_a=0,7978$ .

Para  $k_b$  utiliza-se a expressão (6), para o menor diâmetro  $d=24$ mm, resulta em  $k_b=0,8825$ .

Para  $k_c$  o valor adotado é 1, pois a carga no problema é de flexão, para a temperatura ambiente tem-se  $kd=1$ , e adotando-se a confiabilidade de 99%,  $ke=0,814$  [2].

Conforme observado anteriormente, o limite de resistência a fadiga,  $S'e$  é  $0,504 \times S_{ult}$ , assim tem-se  $S'e=347,76$  MPa, este limite é corrigido através da expressão (4) tem-se  $S_c=199,31$  MPa.

A força máxima é 2500 N, conforme as condições dadas ao problema, da mesma forma, tem-se a relação  $F_{min}/F_{max}$  igual

a -0,3, o que resulta em uma força mínima de -750 N. Desta maneira, o momento fletor máximo que atua no eixo de fixação do amortecedor é  $M_{f\max} = 2500 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm} = 125000 \text{ N}\cdot\text{mm}$ , enquanto que o  $M_{f\min} = -750 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm} = -37500 \text{ N}\cdot\text{mm}$ . aplicando-se a expressão para tensão de flexão [6].

$$\sigma_{flexão} = \frac{M_f \cdot c}{I} \quad (12)$$

Onde:  $M_f$  = momento fletor atuante;  $c=d/2$ , eixo de diâmetro  $d$ ;  $I$  momento de inércia.

O momento de inércia para uma seção circular é dado pela expressão (13) [6]:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad (13)$$

Calculando-se a expressão (13) para  $d=24 \text{ mm}$ , e substituindo-se na expressão (12) tem-se:

$$\sigma_{f\max} = 92,00 \text{ MPa} \text{ e } \sigma_{f\min} = -27,60 \text{ MPa}$$

Aplicando-se a expressão (8) e (9) tem-se:

$$\sigma_{m0} = 32,24 \text{ MPa}; \sigma_{a0} = 59,90 \text{ MPa}$$

Estas tensões devem ser corrigidas devido a concentração de tensões na fadiga, utilizando-se  $k_f$ , calculado pela expressão (7), para isso, são necessários os coeficientes “q” e “ $k_t$ ”, respectivamente obtidos através dos gráficos das Figura 7 e Figura 8.

Na Figura 7, no eixo das abscissas tem-se o raio  $r$  de arredondamento e nas ordenadas os coeficientes de sensibilidade ao entalhe ( $q$ ), entrando-se com raio 3 mm, proposto para situação problema, traçando-se uma vertical até a curva do aço com tensão ultima 700 MPa, neste ponto de intersecção traçasse uma reta horizontal até a intersecção com o eixo das ordenadas obtendo-se aproximadamente  $q=0,80$ , como se pode observar na Figura 7.

Na Figura 8, no eixo das abscissas encontram-se as relações  $r/d$ , que para esta situação é 0,05, subindo-se uma linha vertical até a curva  $D/d$ , que para esta situação é 1,1, no ponto de intersecção traça-se uma linha horizontal que encontra o eixo das ordenadas ( $kt$ ) em  $kt=1,82$ , conforme pode-se observar na Figura 8.

O cálculo do coeficiente de concentração de tensões na fadiga ( $k_f$ ) é realizado através da expressão (7), com  $q=0,80$  e  $k_t=1,82$ , obtendo-se  $k_f=1,66$ .

A correção das tensões média e alternante, multiplicando-se  $k_f=1,69$  pelos valores iniciais, é a próxima etapa, conforme as expressões (11) e (12), respectivamente resultando em:

$$\sigma_m = 53,40 \text{ MPa} \text{ e } \sigma_a = 99,15 \text{ MPa}$$

A partir destes valores pode-se calcular os coeficientes de segurança para cada uma das expressões dos métodos de fadiga (Gerber, Goodman e Sorderberg).

## VI. RESULTADOS

Com as tensões média, alternante e tensão limite de fadiga calculadas e corrigidas aplica-se os métodos de Gerber, Goodman e Soderberg, para os cálculos dos respectivos coeficientes de segurança.

O coeficiente de segurança para o critério de falha de Gerber

é obtido isolando-se o coeficiente de segurança “n”, na expressão (1), resultando a equação (14) a seguir [2]:

$$n_{GERBER} = \frac{1}{2} \left( \frac{S_{ult}}{\sigma_m} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sigma_a}{S_e} \right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2\sigma_m S_e}{S_{ult} \sigma_a} \right)^2} \right] \quad (14)$$

Substituindo-se os valores dados e obtidos tem-se para a segurança 2,04.

O coeficiente de segurança para o critério de falha de Goodman é obtido isolando-se o coeficiente de segurança “n”, na expressão (2), resultando a equação (15), a seguir [2]:

$$n_{Goodman} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ult}}} \quad (15)$$

Substituindo-se os valores dados e obtidos tem-se para a segurança de 1,76.

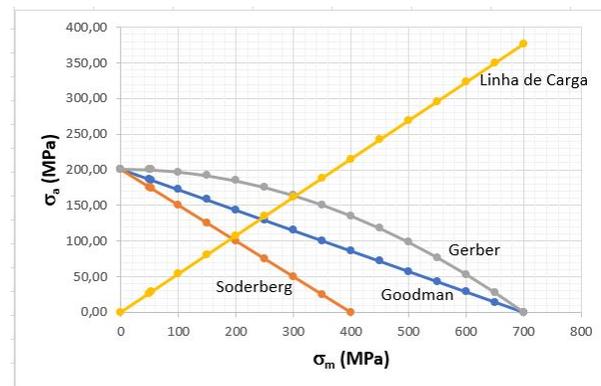
O coeficiente de segurança para o critério de falha de Soderberg é obtido isolando-se o coeficiente de segurança “n”, na expressão (3), resultando a equação (16), a seguir [2]:

$$n_{Soderberg} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y}} \quad (16)$$

Substituindo-se os valores dados e obtidos tem-se para a segurança de 1,60.

Para cada critério de falha foram construídas as curvas  $\sigma_a$  versus  $\sigma_m$ , de acordo com a situação apresentada, pelo eixo do amortecedor hidráulico da aeronave, conforme observa-se nos diagramas da Figura 10, a seguir:

Figura 10 Diagrama de fadiga mostrando vários critérios de falha. Para cada critério, pontos na, ou "acima" da, respectivo linha indicam falha.



Fonte: Autor, 2019

Através dos diagramas da Figura 10, é possível observar-se que acima das linhas de cada critério ocorrerá falha por fadiga, caracterizando-se regiões onde pontos com tensões médias e as alternantes, onde operações com cargas variáveis poderão ocorrer sem falha por fadiga considerando-se vida infinita, na ordem de  $10^6$  ciclos, por outro lado, observa-se que o critério de Soderberg protege contra o escoamento, mas é o mais conservador, pois apresenta a menor região para que não ocorra a falha por fadiga [2].

O critério modificado de Goodman ainda é empregado por projetistas conservadores, ele é um critério muito bem aceito, pela sua facilidade de construção e análise, é menos conservador que o critério de Soderberg, no entanto, critérios

que definem melhor as regiões de probabilidade de falha por fadiga são representados por parábolas como o de Gerber [2]

## VII. CONCLUSÕES

O Critério modificado de Goodman, é ainda utilizado pela sua facilidade de construção e análise, e para uma primeira aproximação é muito útil, apesar de conservador, os critérios de Gerber e a elipse da ASME, não comentado neste artigo, representam melhor a probabilidade de falha por fadiga de diversos materiais e são menos conservadores.

## VIII. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Centro Universitário ENIAC, pela oportunidade da pesquisa e sua publicação na Revista Caleidoscópio.

## IX. REFERÊNCIAS

- [1] DOWLING, N. E. **Comportamento Mecânico dos Materiais**, 4ª Ed., Rio de Janeiro, Elsevier, 2018.
- [2] SHIGLEY, J E. MISCHKE, C R. BUDYNAS, R.G. **Projeto de engenharia mecânica**, 7ª Ed., Porto Alegre, Bookman, 2005.
- [3] SCHÜTZ, W A **history of Fatigue, Engineering Fracture Mechanics**, Vol. 54, No. 2, pp. 263-300, Elsevier,1996.
- [4] DAY. L, McNEIL, I. **Biographical Dictionary of the History of Technology**, New York, Routledge, 2002. p.862.
- [5] TIMOSHENKO, S. P. **History of Strength of Materials**, Reprression., New York, Dover Publications Inc, 1983. p. 88.
- [6] NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas, uma abordagem integrada**, 4ª Ed., Porto Alegre, Bookman, 2013. p. .
- [7] RANKINE, W. J. M. **On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles; and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction**. Institution of Civil Engineers, Minutes of Proceedings, Vol. 2, pp. 105-108, London (1842).
- [8] SPANGENBERG, L. **Sobre o comportamento dos metais sob esforços repetidos**. Z. Vol. 24, 473-495 e 25, 78-98 (1874).10
- [9] SCHJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**, 2ª Ed., New York, Springer, 2009.8
- [10] STEPHENS, R.I. et al. **Metal fatigue in engineering**, 2ª. ed. New York: Willey & Sons, 2001.
- [11] LEE, Yung-li et al. **Fatigue testing and analysis: Theory and Practice**. New York: Elsevier, 2005.